Université Antilles–Guyane
UFR Sciences Exactes et Naturelles
Dépt Scientifique Interfacultaire

DEUG MIAS 1^e année
Module MIP 2
2^e semestre 2003–2004

Mathématiques 2 / Analyse — T.D. série n° 2 :
Equations différentielles.

Équations différentielles du premier ordre

Exercice 1. En séparant les variables, résoudre les équations différentielles

(a) $$(1+x^2)\,y' = x\,(1-y)\ , \tag{E_1}$$

(b) $$(1+\tan^2 x)\,y' + (1+y^2)\sin x = 0\ . \tag{E_2}$$

Donner la solution en fonction de $y_0 \in \mathbb{R}$, valeur de la solution en $x=0$.
Pour quelles valeurs de y_0 la solution à (E_2) est-elle définie sur tout $\mathbb{R}$?

Exercice 2. Résoudre, sur $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, l'équation différentielle

$$(\cos x)\,y' + (\sin x)\,y = 1 + x\ . \tag{E_3}$$

(Rappeller le type de (E), la structure de l'ensemble des solutions ; résoudre l'équation homogène, puis (E) avec second membre (variation de la c$^{\text{te}}$).

Exercice 3. Résoudre, sur $I = \left]0, +\infty\right[$, l'équation différentielle

$$x\,y' + (x-1)\,y - x^2 = 0\ . \tag{E_4}$$

Exercice 4. Résoudre, à l'aide du changement de variable indiqué, les équations

(a) de Ricatti : $y' = (y-1)(x\,y - y - x)$ sur $\mathbb{R}$, en posant $y = 1 + 1/u$.

(b) de Bernoulli : $y'\cos x + y\sin x + y^3 = 0$ sur $I = \left]-1, 1\right[$, $u = 1/y^2$.

Équations différentielles linéaires du 2^{nd} ordre

Exercice 5. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a) $y'' + y' - 6\,y = e^x$ (b) $y'' - 4\,y' + 4\,y = x\,\mathrm{ch}\,x$

(c) $y'' - 9y = \sin(3\,x)$ (d) $y'' - 2\,y' + 2\,y = e^x\cos x$

Exercice 6. Chercher une solution particulière à l'équation différentielle

$$y'' + b\,y' + c\,y = P(x)\,e^{\alpha x}$$

sous la forme $y_p = Q(x)\,e^{\alpha x}$, pour $b, c \in \mathbb{R}$ et $P \in \mathbb{R}[X]$ donnés.
(Traiter d'abord le cas $b = -2, \alpha,\ c = \alpha^2$, puis $c = -b\,\alpha - \alpha^2$; trouver les coefficients $b_n,\ b_{n-1}, ...$ du polynôme Q en fonction de ceux de P.)